

УДК 621.762.4

Савелов Д.В. к.т.н., доц.

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского, г. Кременчуг, Украина

ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА УПЛОТНЕНИЯ ПОРОШКОВОЙ СМЕСИ НА ВИБРОСТОЛЕ С ВЕРТИКАЛЬНО НАПРАВЛЕННЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ

Savelov D.

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University, Kremenchuk, Ukraine

THE STUDY OF POWDER MIX COMPACTION PROCESS ON VIBRATION EXCITER WITH VERTICALLY DIRECTED VIBRATIONS

Проведены теоретические исследования динамической системы «вибростол - порошковая смесь», в которой уплотняемая порошковая смесь представлена в виде системы с распределенными параметрами. Предложена реологическая модель уплотняемой порошковой смеси, которая позволяет моделировать ее упругие и диссипативные свойства, трение между металлическими частицами смеси, а также ее пластическое деформирование при вибрационном воздействии. Это позволило достаточно точно определить инерционные, упругие и диссипативные силы, которые действуют со стороны порошковой смеси на вибростол при его вертикальных колебаниях. Полученные теоретические зависимости позволяют установить закон движения вибростола и определить его основные параметры и рациональные режимы вибрационного действия на порошковую смесь.

Ключевые слова: динамическая система, вибростол, порошковая смесь, вибрационное воздействие.

Введение. На характер колебаний вибростола вибрационного пресса для формования изделий из металлических порошков существенное влияние оказывают физико-механические характеристики уплотняемой порошковой смеси. Правильный учет сил сопротивления порошковой смеси определяет точность установления закона движения вибростола, выбор его конструктивных параметров и режимов вибрационного воздействия, эффективность процесса формования. Возможности теоретического анализа и точность получаемых результатов в значительной степени будут зависеть от принятой расчетной модели порошковой смеси, находящейся в пресс-форме. Ранее в работах [1-4] были предложены реологические модели, которые хотя и использовались для решения аналогичных задач, однако дают представление о поведении материала под нагрузкой лишь в первом приближении. Более точное описание процесса дает реологическая модель среды, представленная в работе [5]. Однако применение этой модели делает невозможным использование метода решения, основанного на элементарных функциях. Это позволяет сделать вывод о том, что действие сил сопротивления со стороны порошковой смеси на вибростол при его колебаниях в вертикальном направлении изучено не достаточно. Поэтому в предлагаемой работе для теоретического определения закона движения и амплитуды колебаний вибростола, необходимой для уплотнения порошковой смеси, а также для изучения действия сил сопротивления со стороны порошковой смеси на вибростол при его вертикальных колебаниях применен метод решения в комплексных функциях, что позволило получить решения, вполне приемлемые для практического использования.

Цель. Целью работы является установление характера взаимодействия вибростола с порошковой смесью при его колебаниях в вертикальном направлении, определение его закона движения, конструктивных параметров и режимов вибрационного воздействия.

Исследование. Для выявления закона движения и характера взаимодействия вибростола с порошковой смесью в вертикальном направлении рассмотрим динамическую систему «вибростол – порошковая смесь» (рис. 1, а), в которой порошковая смесь представлена в виде системы с распределенными параметрами. Реологическая модель уплотняемой порошковой смеси представлена на рис. 1, б.

Вибростол 1, на котором размещается съемная пресс-форма 2 с порошковой смесью, установлен на станине 3 вибрационного пресса при помощи упругих амортизаторов 4, имеющих коэффициенты жесткости c_3 и демпфирования b_3 и на него снизу действует возмущение от вибровозбудителя направленных колебаний 5 в виде вертикально направленной гармонической силы $Q \sin \omega t$.

Дифференциальное уравнение движения уплотняемой порошковой смеси в направлении координаты x за время t будет иметь вид [6]:

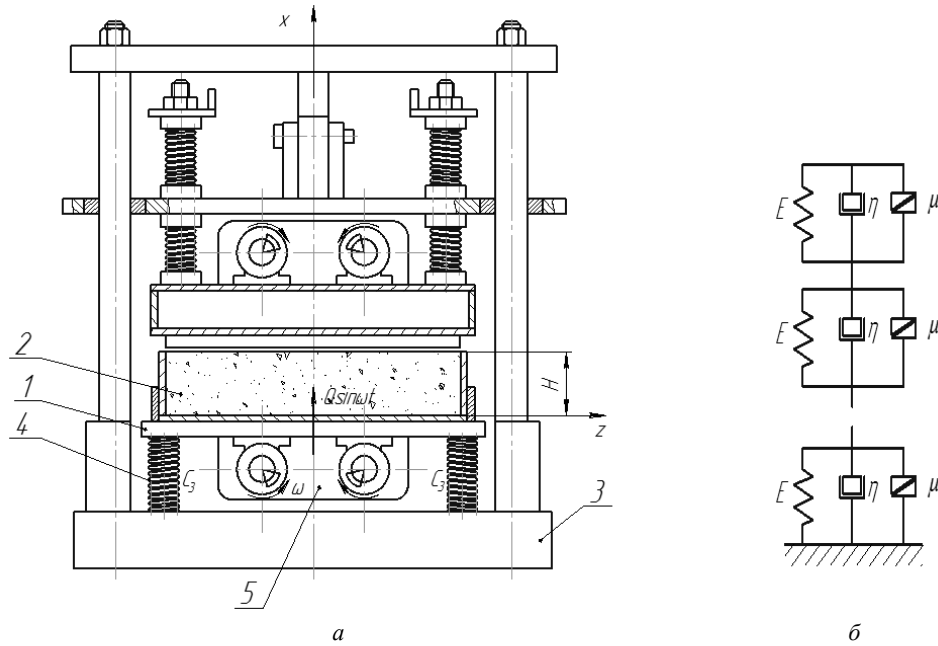


Рис. 1. Расчетная схема динамической системы «вибростол – порошковая смесь» а и реологическая модель элементарного объема порошковой смеси из n элементов б

$$E \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^3 u(x, t)}{\partial x^2 \partial t} + \mu \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где u и x – эйлерова и лагранжева координаты;

E – динамический модуль упругой деформации порошковой смеси;

η – коэффициент динамической вязкости, характеризующий внутреннее трение в порошковой смеси;

μ – коэффициент сухого трения, позволяющий моделировать уплотнение слоя порошковой смеси в процессе пластической деформации;

ρ – плотность порошковой смеси.

В выражении (1) основными напряжениями считаются упругие, так как вязкие и сыпучие напряжения имеют значительно меньшую величину [6]. В этом случае зависимость (1) примет вид:

$$E \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^3 u(x, t)}{\partial x^2 \partial t} + \mu E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (2)$$

Решение волнового уравнения колебаний (2) отыскивалось при следующих граничных условиях:

при $x = 0$:

$$-m \frac{\partial^2 u(0, t)}{\partial t^2} - b_3 \frac{\partial u(0, t)}{\partial t} - c_3 u(0, t) + F \cdot E \frac{\partial u(0, t)}{\partial x} + F \cdot \eta \frac{\partial^2 u(0, t)}{\partial x \partial t} + F \cdot \mu \cdot E \frac{\partial u(0, t)}{\partial x} = -Q \sin(\omega t), \quad (3)$$

при $x = H$:

$$E \cdot F \frac{\partial u(H, t)}{\partial x} + \eta \cdot F \frac{\partial^2 u(H, t)}{\partial x \partial t} + \mu \cdot E \cdot F \frac{\partial u(H, t)}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

где m – масса вибростола с пресс-формой без порошковой смеси;

F – площадь днища пресс-формы;

H – высота формуемого изделия.

Представим функцию $u(x, t)$ в виде мнимой части комплексного числа:

$$u(x, t) = I(m)[u(x) \cdot e^{i\omega t}], \quad (5)$$

где амплитуда $u(x)$ считается комплексной величиной.

Знак при множителе $I(m)$ для удобства в дальнейшем будем отбрасывать. Подставив зависимость (5) в выражение (2) получим:

$$(E(1 + \mu) + i\eta\omega) \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x^2} + \rho \cdot \omega^2 u(x) = 0. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) будет иметь вид:

$$u(x) = D_1 \cdot e^{-i\tilde{k}x} + D_2 \cdot e^{i\tilde{k}x}, \quad (7)$$

где D_1 и D_2 – постоянные интегрирования (комплексные амплитуды), определяемые граничными условиями (3) и (4);

\tilde{k} – волновое число,

$$\tilde{k} = \omega \cdot \sqrt{\frac{\rho}{E(1+\mu) + i\eta\omega}}. \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что волновое число \tilde{k} – комплексная величина, а значит, ее можно представить в виде [5]:

$$\tilde{k} = k - i\alpha = \frac{\omega}{a} - i\alpha, \quad (9)$$

где α – коэффициент затухания возмущения, характеризующий уменьшение амплитуды колебаний в зависимости от расстояния до источника возмущения;

a – фазовая скорость распространения возмущения в порошковой смеси.

Для вычисления величин α и a приравняем правые части выражений (8) и (9), возведем обе части в квадрат и приравняем вещественную и мнимую части:

$$\frac{\omega^2 \cdot \rho}{E \cdot (1+\mu) + i \cdot \eta \cdot \omega} = \left(\frac{\omega}{a}\right)^2 - 2 \cdot i \cdot \alpha \cdot \frac{\omega}{a} - \alpha^2. \quad (10)$$

Выделяя в полученном выражении (10) мнимую часть, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\omega^2 \cdot \rho \cdot E \cdot (1+\mu)}{E^2 \cdot (1+\mu)^2 + \eta^2 \cdot \omega^2} = \frac{\omega^2}{a^2} - \alpha^2 \\ \frac{\eta \cdot \rho \cdot \omega^3}{E^2 \cdot (1+\mu)^2 + \eta^2 \cdot \omega^2} = \frac{2 \cdot \omega \cdot \alpha}{a} \end{cases}, \quad (11)$$

решая которую, найдем значения фазовой скорости a распространения и коэффициента затухания α возмущения в уплотняемом слое порошковой смеси:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot (\sqrt{E^2 \cdot (1+\mu)^2 + \eta^2 \cdot \omega^2} - E \cdot (1+\mu))}{2 \cdot (E^2 \cdot (1+\mu)^2 + \eta^2 \cdot \omega^2)}}; \quad (12)$$

$$a = \sqrt{\frac{2 \cdot (E^2 \cdot (1+\mu)^2 + \eta^2 \cdot \omega^2)}{\rho \cdot (E \cdot (1+\mu) + \sqrt{E^2 \cdot (1+\mu)^2 + \eta^2 \cdot \omega^2})}}. \quad (13)$$

На основании выражений (7) и (9) выражение (5) преобразуется к следующему виду:

$$u(x, t) = (D_1 \cdot e^{-(\alpha+i\tilde{k})x} + D_2 \cdot e^{(\alpha+i\tilde{k})x}) \cdot e^{i\omega t}. \quad (14)$$

Подставив выражение (14) в граничное условие (4), найдем соотношение между постоянными интегрирования D_1 и D_2 :

$$D_2 = D_1 \cdot \frac{e^{-(\alpha+i\tilde{k})H}}{e^{(\alpha+i\tilde{k})H}}. \quad (15)$$

Тогда выражение (14) преобразуется к следующему виду:

$$u(x, t) = D \cdot \frac{ch[(\alpha+i\tilde{k})(H-x)]}{e^{(\alpha+i\tilde{k})H}} \cdot e^{i\omega t}, \quad (16)$$

где

$$2D_1 = D. \quad (17)$$

Подставляя выражение (16) в граничное условие (3) и, проведя преобразования, определим постоянные интегрирования D_1 и D_2 с учетом выражений (15) и (17):

$$D_1 = \frac{Q \cdot e^{(\alpha+i\tilde{k})H}}{2 \cdot ch[(\alpha+i\tilde{k})H] \cdot [(c_1 + c_3 - q - m \cdot \omega^2) + i \cdot \omega \cdot (b_1 + b_3)]}; \quad (18)$$

$$D_2 = \frac{Q \cdot e^{-(\alpha+ik) \cdot H}}{2 \cdot ch[(\alpha+ik) \cdot H] \cdot [(c_1 + c_3 - q - m \cdot \omega^2) + i \cdot \omega \cdot (b_1 + b_3)]}, \quad (19)$$

где

$$c_1 = F \frac{\alpha E (1 + \mu) \cdot sh(2\alpha H)}{ch(2\alpha H) + \cos(2kH)}; \quad (20)$$

$$b_1 = F \frac{(\alpha E (1 + \mu) - k\omega\eta) \sin(2kH) + (kE(1 + \mu) + \eta\omega\alpha) sh(2\alpha H)}{\omega \cdot (ch(2\alpha H) + \cos(2kH))}; \quad (21)$$

$$q = F \frac{(kE(1 + \mu) - k\eta\omega) \cdot \sin(2kH) + (k\eta\omega - \alpha E(1 + \mu)) \cdot sh(2\alpha H)}{ch(2\alpha H) + \cos(2kH)}, \quad (22)$$

c_1 и b_1 – приведенные коэффициенты упругого и неупругого сопротивления порошковой смеси.

На основании выражений (18) и (19) преобразуем зависимость (14) к следующему виду:

$$u(x, t) = \frac{Q \cdot ch[(\alpha+ik) \cdot (H-x)]}{2 \cdot ch[(\alpha+ik) \cdot H] \cdot [(c_1 + c_3 - q - m \cdot \omega^2) + i \cdot \omega \cdot (b_1 + b_3)]} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (23)$$

и, выделяя в нем мнимую часть, получим:

$$u(x, t) = \frac{Q \cdot ch[(\alpha+ik) \cdot (H-x)] \cdot [(c_1 + c_3 - q - m \cdot \omega^2) - i \cdot \omega \cdot (b_1 + b_3)]}{2 \cdot ch[(\alpha+ik) \cdot H] \cdot [(c_1 + c_3 - q - m \cdot \omega^2)^2 + \omega^2 \cdot (b_1 + b_3)^2]} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}. \quad (24)$$

Полученное выражение (24) описывает в комплексной форме закон движения уплотняемой порошковой смеси в направлении координаты x за время t в зависимости от частоты и амплитуды возмущающей силы, физико-механических характеристик уплотняемой порошковой смеси, толщины уплотняемого слоя и основных параметров вибростолы.

При $x = 0$ оно описывает в комплексной форме закон движения вибростолы:

$$u(0, t) = Q \cdot \frac{(c_1 + c_3 - q - m \cdot \omega^2) - i \cdot \omega \cdot (b_1 + b_3)}{2 \cdot [(c_1 + c_3 - q - m \cdot \omega^2)^2 + \omega^2 \cdot (b_1 + b_3)^2]} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}. \quad (25)$$

Учитывая, что $e^{i \cdot \omega \cdot t} = \cos(\omega \cdot t) + i \cdot \sin(\omega \cdot t)$ [5], найдем искомое решение уравнения (24) при $x = 0$, а именно закон движения вибростолы:

$$u(0, t) = A \cdot \sin(\omega t - \theta), \quad (26)$$

где A – амплитуда вынужденных колебаний вибростолы:

$$A = \frac{Q}{\sqrt{(c_1 + c_3 - q - m \cdot \omega^2)^2 + \omega^2 \cdot (b_1 + b_3)^2}}; \quad (27)$$

$$\theta = \arctg \frac{\omega \cdot (b_1 + b_3)}{c_1 + c_3 - q - m \cdot \omega^2}. \quad (28)$$

Анализ выражений (20), (21) и (23) – (26) следует, что при вертикально направленных колебаниях коэффициенты b_1 и c_1 характеризуют диссипативные и упругие свойства порошковой смеси, являясь соответственно коэффициентами сопротивления и жесткости уплотняемой порошковой смеси. Поскольку величина q , являясь числом положительным, входит в выражения (18), (19), (23) – (25) со знаком минус, то это не что иное, как сила инерции порошковой смеси:

$$q = m_n \cdot \omega^2, \quad (29)$$

где m_n – приведенная масса порошковой смеси в вертикальном направлении.

Тогда на основании выражений (22) и (29) определим приведенную массу порошковой смеси:

$$m_n = F \frac{(kE(1 + \mu) - k\eta\omega) \cdot \sin(2kH) + (\eta\omega - \alpha E(1 + \mu)) \cdot sh(2\alpha H)}{\omega^2 \cdot [ch(2\alpha H) + \cos(2kH)]}. \quad (30)$$

Удельная приведенная масса m_{1x} , коэффициенты сопротивления b_{1x} и жесткости c_{1x} порошковой смеси в вертикальном направлении определяются из выражений (20), (21) и (30) путем деления значений m_n , b_1 и c_1 на площадь основания формуемого изделия F :

$$m_{1x} = \frac{m_n}{F}; \quad b_{1x} = \frac{b_1}{F}; \quad c_{1x} = \frac{c_1}{F}. \quad (31)$$

Значения коэффициентов m_n , b_1 и c_1 существенно зависят от коэффициентов динамической вязкости η и сухого трения μ , динамического модуля упругости E порошковой смеси, ее плотности ρ , фазовой скорости

распространения возмущения в уплотняемом слое a , коэффициента поглощения α , толщины уплотняемого слоя H , площадь основания днища F и места приложения вибраторной нагрузки.

Выводы. На основании теоретических исследований динамической системы «вибростол – порошковая смесь», в которой порошковая смесь представлена в виде системы с распределенными параметрами, разработана физико-механическая модель, позволяющая достаточно точно определить упругие, диссипативные и инерционные силы, которые действуют со стороны порошковой смеси на вибростол вибраторного пресса. Полученные теоретические зависимости дают возможность установить закон движения вибростола и определить основные параметры вибростола и рациональные режимы вибрационного воздействия на порошковую смесь.

Анотація. Проведені теоретичні дослідження динамічної системи «вібростіл - порошкова суміш», в якій ущільнювана порошкова суміш представлена у вигляді системи з розподіленими параметрами. Запропонована реологічна модель ущільнюваної порошкової суміші, яка дозволяє моделювати її пружні та дисипативні властивості, тертя між металевими частками суміші, а також її пластичне деформування при вібраційній дії. Це дозволило досить точно визначити інерційні, пружні і дисипативні сили, що діють з боку порошкової суміші на вібростіл при його вертикальних коливаннях. Отримані теоретичні залежності дозволяють встановити закон руху вібростола і визначити його основні параметри та раціональні режими вібраційної дії на порошкову суміш.

Ключові слова: динамічна система, вібростіл, порошкова суміш, вібраційна дія.

Abstract.

Purpose: On the basis of the obtained rheological model of deformative powder mix that makes it possible to model its elastic and dissipative properties and also the friction between the particles; it is required to determine the character of the vibration exciter with powder mix at its vibrations in vertical direction; to determine the law of its motion, design parameters and modes of the vibration effect. **Design/methodology/approach:** The theoretical research of hybrid dynamic system "vibration exciter – powder mix" has been conducted; the system is considered as a system with the distributed. Physical and mechanical model, allowing sufficiently exact to define inertia, resilient and dissipative forces, operating from the side of powder-like mixture on a vibrating puncheon at his vertical vibrations, is developed. **Findings:** The expressions for definition of inertial elastic and dissipative forces that effect from the side of powder mix on the vibration exciter taking into consideration resistant force. **Originality/value:** The obtained theoretical dependences can be used in the design of technological equipment at measuring its basic parameters and the selection of rational modes of vibration effect on powder mix.

Keywords: dynamic system, vibrating exciter, powder-like mixture, oscillation influence.

1. Гольдман П. С. Феноменологическая модель напряженного состояния слоя материала при сжатии / П. С. Гольдман, Л. В. Яхин // Дробильно-размольное оборудование и технология дезинтеграции: Междувед. сб. науч. тр. / «Механобр». Ленинград, 1989. – С. 78 – 85.
2. Рудь В. Д. Фізико-механічні засади складних схем обробки тиском та вібраційних процесів в технологіях формування порошкових виробів : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук: спец. 05.16.06 «Порошкова металургія та композиційні матеріали» / В. Д. Рудь. – Київ, 2005. – 21 с.
3. Гончаревич И. Ф. Реологические методы описания взаимодействия вибромеханизмов с рабочей средой / И. Ф. Гончаревич // Вибротехника: Сб. науч. трудов. – 1973. – № 3(20). – С. 107 – 114.
4. Овчинников П. Ф. Виброреология. – К.: Наук. думка, 1983. – 272 с.
5. Назаренко І. І. Прикладні задачі теорії вібраційних систем: підруч. [для студ. вищ. навч. закл.] / І. І. Назаренко – Київ: ІСДО, 1995. – 256 с.
6. Савелов Д. В. Теоретические основы вибрационного формования изделий из металлических порошков / Д. В. Савелов, В. В. Драгобецкий // Вісник Національного технічного університету «ХПІ»: 36. наук. пр. / Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ» – 2011. – № 45. – С. 91–98.

REFERENCES

1. Gol'dman P.S., Yakhind L.V. Fenomenologicheskaya model napryazennogo sostoyaniya sloya materiala pri szatii (Phenomenological model of the tense state of layer of material at a compression): drobil'no-razmol'noe oborudovanie i tehnologiya dezintegracyi: Zb. nauk. prac', Leningrad, 1989. pp.78-85.
2. Rud' V.D. Fiziko-mehanichni zasady skladnih shem obrobki tiskom ta vibracijnih procesiv v tehnologijah formuvannja poroshkovih virobiv: avtoref. dis. na zdobuttja nauk. stupenja dokt. tehn. nauk: spec. 05.16.06 «Poroshkova metalurgija ta kompozicijni materiali» (Physical and mechanical principles of complex schemes handle the pressure and vibration processes in shaping technology of powdered products) V.D. Rud. Kyiv, 2005. 21 p.
3. Goncharevich I.F. Reologicheskie metody opisaniya vzaimodejstvija vibromehanizmov s rabochej sredoj (Rheological methods of describing the interaction with the medium vibromehanizmov) I.F. Goncharevich Vibrotehnika: Sb. nauch. trudov. 1973. no 3(20). pp.107-114.
4. Ovchinnikov P.F. Vibrotehnika. Kyiv: Nauk. dumka, 1983. p.272.
5. Nazarenko I.I. Prikladni zadachi teorija vibracijnih sistem: pidruch. [dlja stud. viw. navch. zakl.] I.I. Nazarenko (Applied Problems of vibrating systems). Kyiv: ISDO, 1995. p.256.
6. D.V. Savolov, V.V. Dragobekij Teoreticheskie osnovy vibracionnogo formovaniya izdelij iz metallicheskih poroshkov (Theoretical basis of vibrational molding products from metal powders).Visnik Nacionalnogo tehnicnogo universitetu «HPI»:Zb. nauk.pr. Tematichnij vipusk: Novi rishennja v suchasni tehnologijah. Harkiv: NTU «HPI». 2011. no 45. pp.91–98.